

[H13] Flußbett

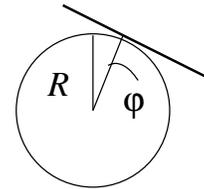
(3 Punkte)

Auf der Nordhalbkugel der Erde fließt ein Fluß mit der Geschwindigkeit v in nördlicher Richtung. An dem durch den Winkel φ charakterisierten Breitengrad habe er die Breite B (horizontal gemessen). Welches Flußufer ist höher und um wieviel?

[H14] Wippe

(2+1+1 Punkte)

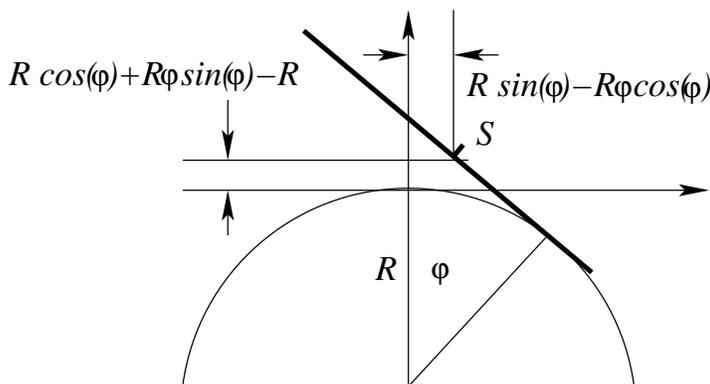
(a) Berechnen Sie die kinetische und potentielle Energie der Wippe (Skizze). Der Zylinder, auf dem das Brett (Masse M , Länge ℓ) ohne zu gleiten abrollt, ruht. Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf. *Hinweis:* Beschreiben Sie die Dynamik mittels der Koordinaten des Schwerpunktes. Das Trägheitsmoment bezüglich des Schwerpunktes S für ein quadratisches infinitesimal dünnes Brett wurde in der Präsenzübung [P10] berechnet. Der allgemeinere Fall eines rechteckigen Brettes läßt sich daraus leicht bestimmen.



(b) Betrachten Sie nur kleine Winkel. Welche Schwingungsfrequenz ω_0 ergibt sich dann?

(c) Was für eine Schwingungsfrequenz ω stellt sich ein, wenn auf den beiden Enden der Wippe jeweils eine zusätzliche Punktmasse m befestigt wird? Innerhalb welcher Grenzen kann das Frequenzverhältnis ω/ω_0 durch Ändern der Zusatzmassen m variiert werden? *Hinweis:* Nutzen Sie die Additivität von Trägheitsmomenten.

Zur Geometrie:



[H15] Kreisel: Maximale Unwucht**(1+1+1 Punkte)**

Die Nutationsbewegung (siehe Vorlesung) des freien symmetrischen Kreisels ($I_1 = I_2$, Figurenachse = \vec{e}_3) wird festgelegt durch die zwei Winkel

$$\vartheta = \sphericalangle (\vec{\Omega}, \vec{e}_3) \quad \text{und} \quad \gamma = \sphericalangle (\vec{\Omega}, \vec{L}) .$$

Der Winkel γ ist genau dann gleich Null ($\vec{L} \parallel \vec{\Omega}$), wenn $\vec{\Omega}$ in einer Hauptträgheitsachse liegt. Ansonsten ist dieser Winkel begrenzt, und zwar in Abhängigkeit vom Verhältnis $\rho = \frac{I_3}{I_1}$.

(a) Drücken Sie $\cos \gamma$ durch I und $\vec{\Omega}$ aus. Verwenden Sie hierzu die Komponenten in der Hauptachsenbasis, wobei Sie für $\vec{\Omega}$ Kugelkoordinaten $(\Omega, \vartheta, \varphi)$ einführen.

(b) Ermitteln Sie für das Ergebnis $\cos \gamma = f(\rho, \vartheta)$ die Extrema in ϑ bei festem Wert für ρ und interpretieren Sie diese! Welchen maximalen Winkel $\gamma_{\max}(\rho)$ können \vec{L} und $\vec{\Omega}$ bilden?

(c) Wie groß kann γ_{\max} im prolaten Fall ($0 \leq I_3$, also $0 < \rho \leq 1$) bzw. im oblaten Fall ($I_1 < I_3 \leq 2I_1$, also $1 < \rho \leq 2$) höchstens werden und wann?